ZESTAW I

Zad. 1. (3 pkt)

a) Zaznacz na osi liczbowej i zapisz w postaci przedziału zbiór wszystkich liczb rzeczywistych, których odległość na osi liczbowej od liczby (-1) jest niewiększa niż 4.

b) Liczba 6,5 stanowi 175% liczby a. Sprawdź, czy liczba a należy do danego przedziału.

Zad. 2. (3 pkt)

Rowerzysta w ciągu pierwszej godziny przejechał 21 km, a w ciągu każdej następnej godziny – odcinek o 0,75 km krótszy od poprzedniego. Jaką drogę pokonał rowerzysta i w jakim czasie, jeśli w ciągu ostatniej godziny przejechał 18km?

Zad. 3. (4 pkt)

Miejscem zerowym wielomianu $W(x) = 2x^3 + ax^2 - 6x$ jest liczba (-1).

a) Oblicz współczynnik a.

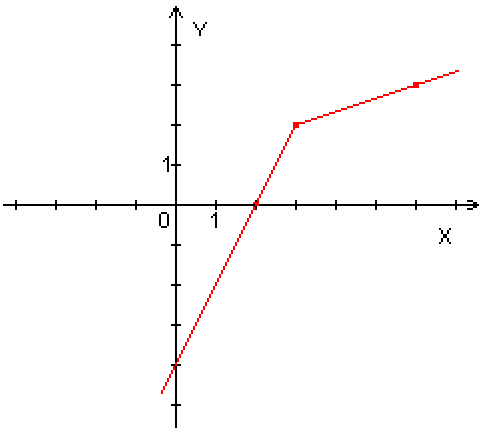
b) Wyznacz pozostałe miejsca zerowe tego wielomianu.

Zad. 4. (4 pkt)

Pole rombu jest równe $60cm^2$. Dłuższa przekątna rombu podzieliła kąt ostry rombu na takie dwa kąty o mierze α, że $tg\alpha = \frac{8}{15}$. Oblicz długość boku rombu.

Zad. 5. (5 pkt)

Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.



a) Wyznacz wzór tej funkcji korzystając z danych na rysunku.

b) Określ monotoniczność funkcji f.

c) Napisz, jaką najmniejszą wartość przyjmuje funkcja f dla argumentów należących do przedziału $\langle 1;6 \rangle$.

d) Narysuj wykres funkcji g określonej wzorem: $g(x) = f(x) + 2$.

Zad. 6. (5 pkt)

Ostrosłup czworokątny, którego podstawą jest kwadrat o boku 4, ma dwie przyległe ściany boczne prostopadłe do płaszczyzny podstawy. Pozostałe dwie ściany boczne są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątem 45°. Wyznacz cosinus kąta, jaki tworzy najdłuższa krawędź boczna ostrosłupa z płaszczyzną podstawy.

Zad. 7. (5 pkt)

Wykresem funkcji kwadratowej f jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W(1;4)$. Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -2;2 \rangle$ wynosi -5.

a) Przedstaw wzór funkcji f w postaci iloczynowej.

b) Rozwiąż nierówność $f(x) < 0$.

Zad. 8. (4 pkt)
W trójkącie równoramiennym podstawa AB ma długość 8cm. Promień okręgu, stycznego w punktach A i B do prostych zawierających ramiona AC i BC trójkąta, ma długość 5cm. Oblicz pole trójkąta ABC.

Zad. 9. (7 pkt)
Spośród liczb: $-9, -7, -5, -3, -1, 0, 2, 4, 6, 8$ losujemy dwie różne liczby a i b, a następnie zapisujemy ich iloczyn $a \cdot b$. Oblicz i porównaj prawdopodobieństwa zdarzeń A i B, jeśli: A oznacza zdarzenie, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą nieujemną; B – zdarzenie, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą niedodatnią.

Zad. 10. (5 pkt)
Dane są dwa wierzchołki $A(9;-1)$ i $B(-7;3)$ prostokąta $ABCD$ oraz punkt $E(4;-4)$ należący do boku CD.

a) Wyznacz równanie prostej zawierającej bok CD;
b) Oblicz współrzędne wierzchołka C;
c) Oblicz współrzędne punktu S przecięcia się przekątnych tego prostokąta.

Zad. 11. (5 pkt)
Cztery liczby tworzą ciąg geometryczny. Trzecia liczba jest większa od pierwszej o 9, a druga jest większa od czwartej o 18. Wyznacz ten ciąg.

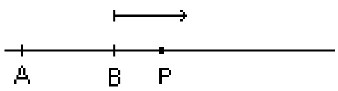
ZESTAW II P

Zad. 1. (3 pkt)
Cenę pewnego towaru podwyższono o 20%, a następnie obniżono do początkowej wartości. O ile procent obniżono cenę?

Zad. 2. (4 pkt)
Dany jest sześcian o wierzchołkach $ABCDA_1B_1C_1D_1$ i krawędzi długości 1. Wybieramy losowo dwa wierzchołki tego sześcianu. Wyznaczają one odcinek, którego są końcami. Niech A oznacza zdarzenie, że losowo wybrane wierzchołki wyznaczyły odcinek długości 1, natomiast B – zdarzenie, że losowo wybrane wierzchołki wyznaczyły odcinek długości $\sqrt{2}$. Oblicz i porównaj prawdopodobieństwa zdarzeń A i B.

Zad. 3. (5 pkt)
Wyrażenie $\dfrac{2^{164}\cdot 6^2 - 2^{166}}{2^{-23}\cdot 2^{48}}$ przedstaw w postaci potęgi liczby 2.
Przyjmując, że $2^{10}\approx 1000$, zapisz przybliżenie otrzymanej liczby w postaci $a\cdot 10^k$, gdzie $a\in\langle 1,10)$, $k\in C$.

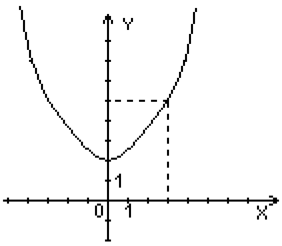
Zad. 4. (4 pkt)
Na prostej dane są dwa punkty A, B i $|AB| = 4$ cm. Po prostej AB od punktu B w kierunku wskazanym strzałką porusza się punkt P ze stałą prędkością $v = 0{,}5$ cm/s.



a) Znajdź wzór funkcji $y = f(t)$, która opisuje odległość punktu P od punktu A po t sekundach ruchu.
b) Narysuj wykres funkcji $y = f(t)$ dla $t\in\langle 0,+\infty)$.
c) Po jakim czasie odległość punktu P od punktu A będzie większa od 31 cm?

Zad. 5. (3 pkt)
Obwód równoległoboku wynosi 96 cm, a stosunek długości wysokości równoległoboku jest równy 5:7. Oblicz długości boków równoległoboku.

Zad. 6. (5 pkt)
Dany jest wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$.



a) Korzystając z danych na wykresie oblicz współczynniki a, b, c.
b) W tym samym układzie współrzędnych narysuj wykres funkcji $g(x) = f(x+6)$.
c) Rozwiąż nierówność $f(x) < g(x)$.

Zad. 7. Rozłóż wielomian $W(x) = x^4 - 7x^2 + 12$ na czynniki liniowe. Podaj niewymierne pierwiastki tego wielomianu.

Zad. 8. (5 pkt)
Wyznacz liczby a oraz b, dla których ciąg $(a, b, 1)$ jest ciągiem arytmetycznym, natomiast ciąg $(1, a, b)$ jest ciągiem geometrycznym.

Zad. 9. (4 pkt)
Każda krawędź boczna ostrosłupa ma długość 17 cm. Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 18 cm i 24 cm. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad. 10. (7 pkt)
Punkty $A(0;3)$ i $B(4;5)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego *ABC*, w którym $|AB| = |BC|$. Wysokość *BD* trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $3x - y - 7 = 0$. Oblicz:

a) współrzędne wierzchołka *C*;
b) pole trójkąta *ABC*.

Zad. 11. (6 pkt)
W wycinek koła o promieniu 3 dm wpisano okrąg o promieniu 1 dm. Oblicz pole wycinka koła. Wyniki podaj z dokładnością do 10 cm^2 $(\pi \approx 3{,}14)$.

ZESTAW III P

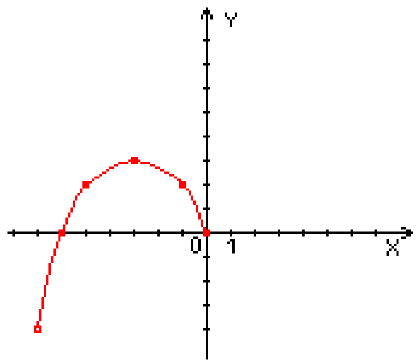
Zad. 1. (3 pkt)
Pewien towar, obłożony 7-procentowym podatkiem VAT, kosztuje 1712 zł. O ile złotych wzrosłaby cena tego towaru, gdyby został on obłożony 22-procentowym podatkiem VAT?

Zad. 2. (3 pkt)
Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej są liczby (-6) oraz 1. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{3 \cdot f(94)}{f(-24)}$.

Zad. 3. (4 pkt)
Z kwadratu odcięto ćwiartkę koła o promieniu równym długości boku kwadratu. Następnie w pozostałą figurę wpisano koło, którego pole jest równe π. Oblicz długość boku kwadratu.
Wynik przedstaw w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie *a, b, c* są liczbami naturalnymi.

Zad. 4. (5 pkt)
Obok znajduje się fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.
Wiedząc, że dziedziną tej funkcji jest przedział $\left(-7;7\right)$ i wykres jest symetryczny względem punktu $O(0;0)$, dorysuj brakującą część wykresu.
Następnie na podstawie wykresu funkcji *f* podaj:

a) zbiór wartości funkcji *f*;
b) maksymalne przedziały monotoniczności tej funkcji;
c) wszystkie rozwiązania równania $f(x) = -x$.



Zad. 5. (5 pkt)
Rzucamy dwa razy symetryczną, sześcienną kostką do gry i zapisujemy sumę liczb wyrzuconych oczek.

a) uzupełnij tabelę, tak aby przedstawiała wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia.
b) oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia *A*, polegającego na tym, że suma liczb oczek jest liczbą nieparzystą.
c) oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia *B*, polegającego na tym, że reszta z dzielenia sumy liczb oczek przez 3 jest równa 2.

II \ I	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Zad. 6. (4 pkt)
Liczba wszystkich przekątnych podstaw ścian bocznych pewnego graniastosłupa jest równa 110. Oblicz, ile krawędzi ma podstawa tego graniastosłupa.

Zad. 7. (4 pkt)
Pan Nowak złożył w banku 10 000 zł. Po czterech latach bank naliczył 4641 zł odsetek (przed opodatkowaniem). W ciągu czterech lat oprocentowanie lokaty nie zmieniło się. Jakie było to oprocentowanie (w skali roku), jeśli bank kapitalizował odsetki co rok?

Zad. 8. (5 pkt)
Wyznacz równanie symetralnej odcinka o końcach $A(-2;-3)$ i $B(10;3)$.

Zad. 9. (7 pkt)
Objętość stożka jest równa $12\pi\,\mathrm{dm}^3$, a cosinus kąta α między wysokością i tworzącą stożka wynosi 0,8. Oblicz:

a) pole powierzchni bocznej stożka;
b) miarę kąta środkowego powierzchni bocznej stożka po rozwinięciu na płaszczyźnie.

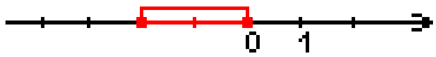
Zad. 10. (5 pkt)
Długości boków trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny. Najkrótszy bok ma długość 6 cm. Oblicz:

a) pole tego trójkąta;
b) długość promienia okręgu opisanego na trójkącie;
c) długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt.

Zad. 11. (5 pkt)
W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C jest prosty, przeciwprostokątna ma długość 4. Trójkąt AMB jest równoboczny. Oblicz miary kątów ostrych trójkąta ABC, jeśli pole trójkąta AMB jest dwa razy większe od pola trójkąta ABC.

ZESTAW IV P

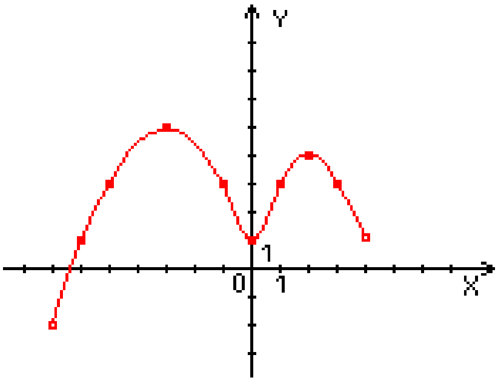
Zad. 1. (3 pkt)
Zbiór A jest zbiorem liczb rzeczywistych, których odległość na osi liczbowej od (-3) jest większa niż 2. Zbiór B jest przedstawiony na osi liczbowej.



a) Opisz zbiory A i B za pomocą nierówności z wartością bezwzględną.
b) Podaj przykład liczby niewymiernej, która należy jednocześnie do zbioru A i do zbioru B.

Zad. 2. (3 pkt)
Pewien zakład produkuje w ciągu 25 dni 40 000 płyt kompaktowych. O ile procent należy zwiększyć dzienną produkcje, aby wykonać tę samą liczbę płyt kompaktowych w ciągu 20 dni?

Zad. 3. (4 pkt)
Dany jest wykres funkcji, której dziedziną jest przedział $(-7;4)$.

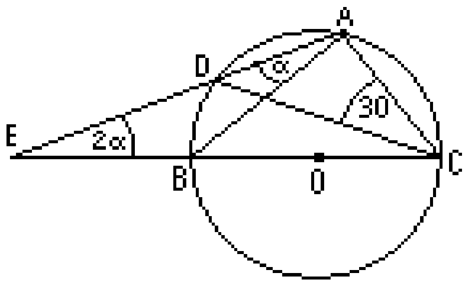


a) Podaj największą wartość funkcji f.
b) Napisz maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca.
c) Wypisz wszystkie argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartość 3.
d) Podaj miejsca zerowe funkcji $g(x) = f(x) - 1$.

Zad. 4. (3 pkt)
Wielomian $W(x) = -x^3 + 2x^2 - 3x + a$ przyjmuje wartość 4 dla argumentu 1.
a) Oblicz a.
b) Rozłóż wielomian $W(x)$ na czynniki możliwie najniższego stopnia.
c) Rozwiąż równanie $W(x) = 0$.

Zad. 5. (5 pkt)
Spośród liczb: 0, 1, 2, 3, …, 1000 wybieramy losowo jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że liczba ta jest podzielna przez 4 lub przez 5.

Zad. 6. (5 pkt)
Punkt *O* jest środkiem okręgu. Wykorzystaj dane na poniższym rysunku i oblicz miarę kąta α.



Zad. 7. (5 pkt)
Suma trzech liczb tworzących ciąg geometryczny jest równa 26, a ich iloczyn wynosi 216. Wyznacz ten ciąg.

Zad. 8. (6 pkt)
Punkty $P(-2;-2)$, $Q(1;-2)$, $R(-2;4)$ są środkami boków *AB*, *BC* i *AC* trójkąta *ABC*. Oblicz:
a) współrzędne wierzchołków trójkąta *ABC*.
b) obwód trójkąta *ABC*.

Zad. 9. (5 pkt)
Do wykresu funkcji kwadratowej $y = f(x)$ należą punkty $A(-1;-1)$ oraz $O(0;0)$. Punkt *O* jest wierzchołkiem paraboli. Wykres ten przesunięto w taki sposób, że otrzymano wykres funkcji *g*, której miejscami zerowymi są liczby 3 i 7.
a) Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli będącej wykresem funkcji *g*.
b) Narysuj wykres funkcji $y = g(x)$.
c) Rozwiąż nierówność $g(x) \leq 10x - 25$.

Zad. 10. (7 pkt)
Podstawą prostopadłościanu jest kwadrat o boku długości 4, a wysokość prostopadłościanu jest równa 8. Połączono odcinkami środki trzech krawędzi prostopadłościanu, z których żadne dwie nie leża w jednej płaszczyźnie, i otrzymano trójkąt *KLM*.
a) Oblicz długości boków trójkąta *KLM*.
b) Wyznacz miary kątów trójkąta *KLM*.

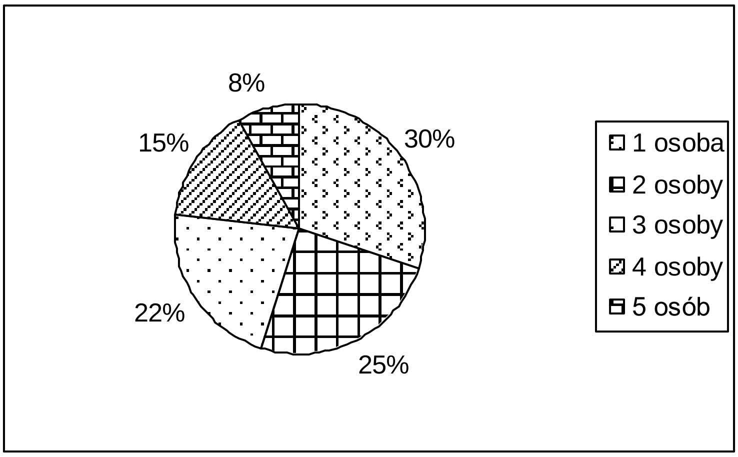
Zad. 11. (4 pkt)
W trójkącie ostrokątnym *ABC* poprowadzono prostą prostopadłą do boku *AB*, przecinającą bok *AC* w punkcie *E* i bok *AB* w punkcie *F*. Punkt *D* jest spodkiem wysokości trójkąta poprowadzonej z punktu *C*. Wiedząc, że $|EC| = 3$, $|FD| = 1$, oblicz sinus kąta *CAB*.

ZESTAW V P

Zad. 1. (4 pkt)
Ile liczb trzeba wstawić między liczby 62 i 440, aby otrzymać ciąg arytmetyczny, którego suma jest równa 2008? Wyznacz różnicę tego ciągu.

Zad. 2. (3 pkt)
Funkcja kwadratowa $y = f(x)$ jest rosnąca w przedziale $\left(-\infty; -3\right\rangle$ i malejąca w przedziale $\left\langle -3; +\infty\right)$. Ponadto funkcja ma jedno miejsce zerowe, a dla argumentu (-7) przyjmuje wartość (-8). Wyznacz wzór ogólny funkcji *f*.

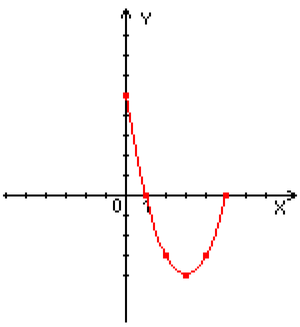
Zad. 3. (4 pkt)
Przeprowadzono badania, dotyczące liczby osób jadących w samochodach osobowych w godzinach rannych, w kierunku centrum pewnego miasta. Wyniki badań przedstawiono na diagramie kołowym.



a) Oblicz średnią liczbę osób jadących w samochodzie osobowym w godzinach rannych, w kierunku centrum.
b) Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo wybranym samochodzie osobowym jadącym w godzinach rannych, w kierunku centrum, były więcej niż 3 osoby.
c) Wiedząc, że samochodów osobowych, w których były 4 osoby, zaobserwowano o 3550 więcej niż samochodów, w których było 5 osób, oblicz, ile wszystkich samochodów było obserwowanych w trakcie badań.

Zad. 4. (3 pkt)
Rozwiąż nierówność liniową: $81^{12} \cdot x + 27^{14} \cdot 11 > 27^{16} \cdot 2x + 2 \cdot 9^{21}$.

Zad. 5. (4 pkt)
Poniżej znajduje się fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.



Dorysuj brakującą część wykresu wiedząc, że dziedziną funkcji jest przedział $\langle -5; 5\rangle$, a wykres jest symetryczny względem osi *OY*. Następnie na podstawie wykresu funkcji *f*:

a) Podaj, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje najmniejszą wartość.
b) Oblicz wartość wyrażenia $f(0) - 4 \cdot f(-4)$.
c) Podaj liczbę rozwiązań równania $f(x) = -2$.

Zad. 6. (6 pkt)
Na poczcie stały obok siebie dwie paczki, każda w kształcie sześcianu. Większa paczka miała krawędź dłuższą o 2 dm niż krawędź mniejszej paczki, a objętość – o 98 litrów większą, niż objętość mniejszej paczki. Oblicz, jakim procentem powierzchni całkowitej większej paczki była powierzchnia całkowita mniejszej paczki.

Zad. 7. (4 pkt)
W trapezie równoramiennym $ABCD$ połączono kolejne środki boków i otrzymano czworokąt $EFGH$. Uzasadnij, że ten czworokąt jest rombem.

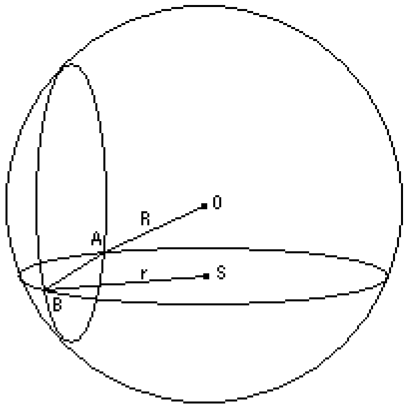
Zad. 8. (4 pkt)
Pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ są tylko dwie liczby: 2 oraz (-3).

a) Oblicz a i b.
b) Zapisz wielomian w postaci iloczynu czynników liniowych.

Zad. 9. (7 pkt)
W trójkącie prostokątnym ABC, w którym $|AC| = |BC|$ i $|AB| = 10$ poprowadzono dwusieczną kąta BAC, przecinającą bok BC w punkcie D. Wówczas okazało się, że $|AD| = |AB| = |CD|$.

a) Wyznacz miary kątów trójkąta ABC.
b) Oblicz długość ramienia AC.

Zad. 10. (6 pkt)
Na powierzchni kuli o promieniu $R = \sqrt{313}$ cm znajdują się dwa jednakowe okręgi, których płaszczyzny są prostopadłe. Wspólna cięciwa AB tych okręgów ma długość 10cm. Oblicz długość promienia tych okręgów.



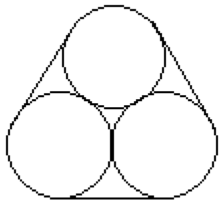
Zad. 11. (5 pkt)
Niech A, B będą zdarzeniami zawartymi w przestrzeni Ω. Wiedząc, że $P(A) = 0{,}62$, $P(B`) = 0{,}8$ i $P(A \cup B) = 0{,}5$, oblicz $P(A \cap B)$ i $P(A - B)$.

ZESTAW VI P

Zad. 1. (3 pkt)
Pole powierzchni mieszkania jest równe 60 m^2. Janek sporządził plan tego mieszkania. Jaką skalę zastosował Janek, jeśli pole powierzchni planu mieszkania było równe 240 cm^2?

Zad. 2. (4 pkt)
Wyznacz liczbę c, dla której proste $k: 2x + y + 2 = 0$, $l: x - 3y + c = 0$, $m: x + y - 1 = 0$ przecinają się w jednym punkcie. Oblicz odległość punktu przecięcia tych prostych od punktu $O(0;0)$.

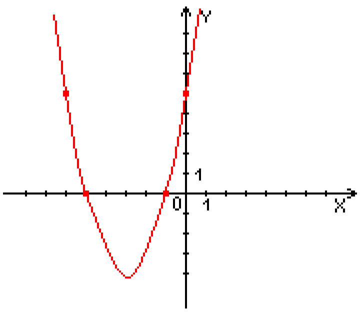
Zad. 3. (5 pkt)
Trzy puszki chcemy obkleić taśmą w sposób pokazany na rysunku. Średnica każdej puszki jest równa 8 cm. czy wystarczy do tego taśma długości 50cm? Odpowiedź uzasadnij.



Zad. 4. (3 pkt)
Grupa szachistów zorganizowała rozgrywki, w których każdy zawodnik z każdym innym zawodnikiem miał rozegrać jedna partię. Postanowiono rozgrywać po 5 partii dziennie. Rozgrywki trwały 9 dni. Ilu szachistów uczestniczyło w tych rozgrywkach?

Zad. 5. (5 pkt)
Dany jest trójkąt prostokątny, w którym a, b oznaczają długości przyprostokątnych, α jest miarą kąta ostrego leżącego naprzeciw przyprostokątnej a. Wiadomo, że $\sin\alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.
Oblicz:
   a) tangens kąta α;
   b) wartość wyrażenia $3 \cdot \frac{a}{a-b} + 2 \cdot \frac{b^2}{a^2 + b^2}$.

Zad. 6. (4 pkt)
Dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$.



a) Korzystając z danych na wykresie wyznacz wzór funkcji f w postaci ogólnej.
b) Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli.
c) Podaj zbiór rozwiązań nierówności $f(x-7) < f(-5)$.

Zad. 7. (7 pkt)
Przekątna prostopadłościanu ma długość d i tworzy z każdą ścianą boczną kąt α.
   a) Uzasadnij, że podstawa tego prostopadłościanu jest kwadratem.
   b) Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu w przypadku, gdy $d = 10$ cm i $\alpha = 30°$.

Zad. 8. (6 pkt)
W pudełku jest 12 kartek z liczbami od 1 do 12. Losujemy jedną kartkę i odczytujemy liczbę zapisaną na niej. Rozpatrujemy następujące zdarzenia:
A – wylosowano liczbę podzielną przez 3; B – wylosowano liczbę parzystą.
a) Opisz słowami zdarzenia: $A \cap B$, $A \cup B$, $A - B$, $B - A$ i wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające każdemu z tych zdarzeń.
b) Oblicz $P(A` \cup B`)$.

Zad. 9. (4 pkt)
Kasia i Tomek wyruszyli jednocześnie z tego samego domu do szkoły na studniówkę. Długość kroku Kasi jest o 12% mniejsza od długości kroku Tomka, ale Kasia robi w tym samym czasie o 15% kroków więcej niż Tomek. Kto pierwszy dotrze do szkoły? Odpowiedź uzasadnij.

Zad. 10. (4 pkt)
Oblicz pole trapezu równoramiennego, w którym dane są długości: Krótszej podstawy 9 cm, przekątnej 17 cm i ramienia 10 cm.

Zad. 11. (5 pkt)
Suma stu kolejnych liczb naturalnych, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2, jest równa 30950. Wyznacz najmniejszą i największą z tych liczb.

ZESTAW VII P

Zad. 1. (3 pkt)
Cenę pewnego towaru podwyższono najpierw o 5%, a następnie o 4%. O ile procent należałoby jednorazowo podnieść początkową cenę towaru, aby uzyskać ten sam efekt?

Zad. 2. (4 pkt)
Pewien pan spłacił dług w wysokości 9450 zł w piętnastu ratach, z których każda kolejna była mniejsza od poprzedniej o 40 zł. Ile wynosiła pierwsza, a ile ostatnia rata?

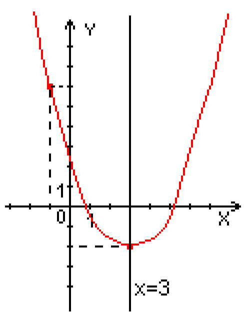
Zad. 3. (4 pkt)
podstawy trapezu *ABCD* mają długość $|AB| = 10$ cm, $|DC| = 6$ cm. Punkt *K* jest środkiem boku *AD*, a punkt *L* jest środkiem boku *BC*. Przekątna AC przecina odcinek *KL* w punkcie *M*, a przekątna *BD* przecina odcinek *KL* w punkcie *N*. Oblicz długość odcinków *KM, MN, LN*.

Zad. 4. (4 pkt)
Dana jest funkcja $f(x) = \begin{cases} -3x - 1 \ dla \ x \in \langle -3;1 \rangle \\ -\dfrac{4}{x} \ dla \ x \in (1;8 \rangle \end{cases}$

a) Narysuj wykres funkcji *f*.
b) Podaj maksymalne przedziały, w których funkcja *f* jest rosnąca.
c) Oblicz, jaką wartość przyjmuje funkcja *f* dla argumentu $1\frac{1}{3}$.

Zad. 5. (4 pkt)
Trzy zdarzenia: *A, B, C* zawarte w przestrzeni Ω są parami rozłączne i $A \cup B \cup C = \Omega$. Wiedząc, że $P(A) = 2P(B) = 3P(C)$, oblicz $P(A)$.

Zad. 6. (6 pkt)
Wykresem funkcji kwadratowej $y = f(x)$ jest parabola, której osią symetrii jest prosta $x = 3$.



a) Korzystając z danych na rysunku wyznacz wzór ogólny funkcji *f*.
b) Podaj wszystkie argumenty, dla których wartości funkcji należą do przedziału $\left\langle 0;2\frac{1}{2} \right\rangle$.

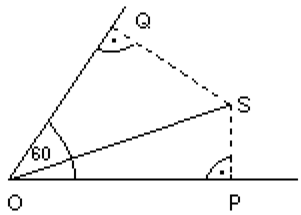
Zad. 7. (4 pkt)
Dane są wielomiany $W(x) = 2x^2 - 3x + 4$, $H(x) = ax + b$, $F(x) = -2x^3 + 13x^2 - 19x + 20$. Oblicz *a* i *b*, dla których wielomiany $W(x) \cdot H(x)$ i $F(x)$ są równe.

Zad. 8. (5 pkt)
Podstawą ostrosłupa jest romb o boku długości 18 cm. Każda ze ścian bocznych tworzy z płaszczyzną podstawy kąt 45°. Pole powierzchni bocznej ostrosłupa jest równe 432 cm^2. Oblicz objętość ostrosłupa.

Zad. 9. (5 pkt)
Dane są dwa wierzchołki trójkąta *ABC*: $A(-2;0)$, $B(1;1)$. Wyznacz współrzędne trzeciego wierzchołka *C* leżącego na dodatniej półosi *OY*, jeśli pole trójkąta *ABC* jest równe 6,5. Wykonaj odpowiedni rysunek.

Zad. 10. (5 pkt)

We wnętrzu kąta o mierze 60° leży punkt *S*. Odległość punktu *S* od ramion kąta wynosi odpowiednio $4\sqrt{6}$ i $\sqrt{6}$. Oblicz odległość punktu *S* od wierzchołka kąta.



Zad. 11. (6 pkt)
Hotel dysponuje 70 pokojami. Opłata za wynajęcie jednego pokoju w tym hotelu jest równa 460 zł za dobę. Hotel udziela specjalnej zniżki firmom rezerwującym więcej niż 40 pokoi. Wówczas opłata za dobę, za każdy wynajęty przez firmę pokój, jest niższa o 5 zł pomnożone przez liczbę zarezerwowanych pokoi powyżej 40. Ile pokoi powinna wynająć firma, żeby hotel osiągnął maksymalny możliwy przychód za dobę?

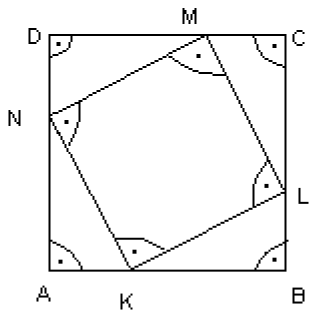
ZESTAW VIII P

Zad. 1. (3 pkt)
Korzystając ze wzoru: $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ oblicz $\sin 75°$.

Zad. 2. (4 pkt)
W loterii są 44 losy przegrywające, pozostałe losy wygrywają. Ile jest wszystkich losów, jeśli prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego wynosi $\frac{1}{5}$?

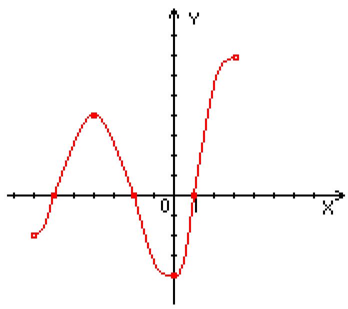
Zad. 3. (4 pkt)
Sprawdź, czy liczby: $\frac{1}{4}, \frac{2+\sqrt{3}}{2}, \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny.

Zad. 4. (3 pkt)
W kwadrat *ABCD* o boku długości 10 cm, wpisano kwadrat *KLMN*, którego pole stanowi 68% pola kwadratu *ABCD*. Oblicz długości odcinków, na które dzielą wierzchołki kwadratu *KLMN* każdy bok kwadratu *ABCD*.



Zad. 5. (4 pkt)
Dany jest wykres funkcji $y=f(x)$. Na podstawie wykresu funkcji *f* podaj:

a) dziedzinę funkcji *f*;
b) zbiór wartości funkcji *f*;
c) maksymalne przedziały, w których funkcja jest malejąca;
d) wszystkie całkowite argumenty funkcji, dla których wartości funkcji są niedodatnie.



Zad. 6. (5 pkt)
Krzysiek odmierzył dwudziestocentymetrową cięciwę koła swojego roweru, a następnie zmierzył odległość środka tej cięciwy od brzegu koła i otrzymał wynik 2 cm.

a) Oblicz długość promienia koła roweru Krzyśka.
b) Podaj liczbę pełnych obrotów, jakie wykonało koło w czasie, gdy Krzysiek przejechał 0,5 km. przyjmij, że $\pi \approx 3{,}14$.

Zad. 7. (4 pkt)
W klasie maturalnej zrobiono semestralny sprawdzian z matematyki. Z tego sprawdzianu jedna osoba otrzymała ocenę „6", po 16% osób piszących otrzymało ocenę „5" i „2", 24% - ocenę „4", 32% - ocenę „3" oraz 8% - ocenę „1".

a) Ile osób pisało sprawdzian semestralny w tej klasie?
b) Narysuj diagram słupkowy przedstawiający, ile osób otrzymało poszczególne oceny ze sprawdzianu.

c) Podaj medianę ocen ze sprawdzianu.
d) Oblicz średnią ocen ze sprawdzianu.

Zad. 8. (6 pkt)
Pierwiastkami wielomianu czwartego stopnia $W(x)$ są liczby $a, b, c, d,$ które w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy 2. Suma pierwiastków wielomianu jest równa 8.
a) Oblicz pierwiastki a, b, c, d wielomianu $W(x)$.
b) Wiedząc, że dla argumentu 0 wielomian przyjmuje wartość (-15), przedstaw wielomian w postaci $W(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$.

Zad. 9. (6 pkt)
W przestrzeni dane są proste k, l, m przecinające się w punkcie A, parami prostopadłe. Na prostych k, l, m zaznaczono odpowiednio punkty K, L, M w taki sposób, że $|AK| = |AL| = 1$ oraz $|AM| = 2$. Oblicz:
a) objętość powstałego ostrosłupa;
b) pole trójkąta KLM;
c) odległość punktu A od płaszczyzny KLM.

Zad. 10. (5 pkt)
Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$ jest symetryczny względem prostej $x + 1 = 0$, a różnica miejsc zerowych wynosi 2. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $\langle -2; +\infty)$.
a) Oblicz współczynniki a, b, c.
b) Wyznacz wszystkie argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości niewiększe niż 6.

Zad. 11. (6 pkt)
Dany jest wierzchołek $A(-7;0)$ trójkąta ABC i równanie prostej zawierającej bok BC: $y = 3x - 9$. Środkowa AS zawiera się w osi OX. Wysokość AD trójkąta podzieliła bok BC w stosunku $|BD| : |DC| = 1 : 3$. Oblicz współrzędne wierzchołków B i C.

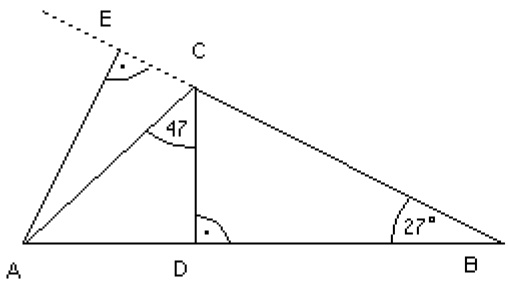
ZESTAW IX P

Zad. 1. (3 pkt)
Pan Kowalski chciał wykupić ubezpieczenie swojego samochodu. Porównał oferty dwóch towarzystw ubezpieczeniowych:

	Towarzystwo Ubezpieczeniowe A	Towarzystwo Ubezpieczeniowe B
Zniżka za bezszkodową jazdę	40%	30%
Zwyżka za wiek samochodu	30%	20%

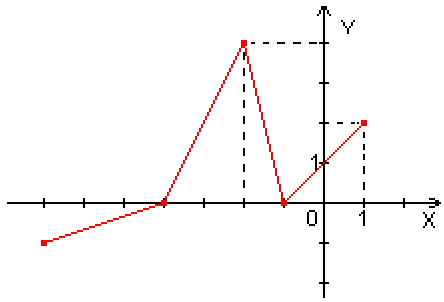
Podstawowa stawka ubezpieczeniowa w obu towarzystwach była taka sama. Oblicz, jaki procent stawki podstawowej musiałby zapłacić pan Kowalski wykupując polisę w towarzystwie A, a jaki – wykupując polisę w towarzystwie B, jeśli miałby zniżkę za bezszkodową jazdę i zwyżkę za wiek posiadanego samochodu. Wskaż korzystniejszą ofertę dla pana Kowalskiego.

Zad. 2. (4 pkt)
Wiedząc, że $|AE| = 4{,}7$ cm oraz korzystając z danych na rysunku, oblicz długość odcinka DB. Wynik zaokrąglij do 0,1 cm.



α	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\,\alpha$
27°	0,454	0,891	0,510
47°	0,731	0,682	1,072
70°	0,940	0,342	2,747

Zad. 3. (5 pkt)
Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$, $x \in \langle -7;1 \rangle$.



Korzystając z wykresu funkcji zapisz:
a) maksymalne przedziały monotoniczności funkcji f,
b) zbiór argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości dodatnie,
c) liczbę argumentów, dla których wartość funkcji f jest równa 1.

Naszkicuj wykres funkcji $g(x) = f(x+3)$.

Zad. 4. (5 pkt)
W ciągu geometrycznym, składającym się z pięciu wyrazów, iloczyn pierwszego, trzeciego i piątego wyrazu jest równy $\frac{1}{8}$, a iloczyn wyrazu pierwszego i drugiego jest równy 2. Wyznacz ten ciąg.

Zad. 5. (4 pkt)
Skoczek narciarski, oddając skok na skoczni mamuciej, otrzymuje punkty za długość i styl skoku. Punkty za długość skoku przyznawane są według następującej reguły: Jeśli skoczek wyląduje na tzw. punkcie *K* znajdującym się na 185 metrze, to otrzymuje 120 punktów. Za skok dłuższy niż 185 m zawodnik otrzymuje dodatkowo 1,2 punktu z każdy metr przekraczający punkt *K*. Jeśli zawodnik wyląduje przed punktem *K*, to wówczas liczbę 120 punktów pomniejsza się o 1,2 punktu za każdy metr brakujący do punktu *K*.

a) Napisz wzór funkcji $y = f(x)$, która długości skoku x przyporządkowuje uzyskaną liczbę punktów $f(x)$.
b) Za długość skoku zawodnik otrzymał 90 punktów. Na jaką odległość skoczył ten zawodnik?
c) Ile punktów za długość skoku zdobył zawodnik, który wylądował na linii bezpieczeństwa, znajdującej się na 215 metrze?

Zad. 6. (3 pkt)
Promień podstawy stożka ma taką samą długość jak promień podstawy walca. Wysokość stożka jest równa wysokości walca. Objętość walca jest o $216\pi\ \text{cm}^3$ większa od objętości stożka. Oblicz:

a) objętość stożka;
b) długość promienia podstawy stożka, wiedząc dodatkowo, że wysokość stożka jest sześć razy większa od długości promienia podstawy (wynik przestaw w postaci $a\sqrt[3]{b}$, gdzie $a, b \in N$).

Zad. 7. (7 pkt)
Dane są punkty $A(1;1)$ i $B(5;3)$. Wyznacz punkt *C* na osi *OY*, który jest równo odległy od punktów *A* i *B*. Oblicz pole trójkąta *ABC*.

Zad. 8. (4 pkt)
Sześcian pomalowano, a następnie rozcięto na 1000 jednakowych sześcianików, które wrzucono do pudełka i wymieszano. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania z tego pudełka jednego sześcianika, który będzie miał jedną lub dwie ściany pomalowane.

Zad. 9. (6 pkt)
Zapisz wzór $y = f(x)$ trójmianu kwadratowego w postaci ogólnej wiedząc, że: suma miejsc zerowych tego trójmianu wynosi 4, zbiór wartości jest równy $\left(-\infty; 6\right\rangle$, oraz że do wykresu tej funkcji należy punkt $\left(1; 5\frac{1}{2}\right)$. Rozwiąż nierówność $f(x) > -x + 4$.

Zad. 10. (4 pkt)
Dany jest wielomian $W(x) = 4x^4 - x^2 - 6x - 9$. Rozłóż wielomian $W(x)$ na czynniki możliwie najniższego stopnia, stosując grupowanie wyrazów i wzory skróconego mnożenia.

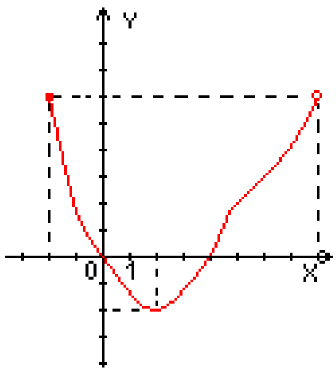
Zad. 11. (5 pkt)
W trójkącie ostrokątnym *ABC* wysokości *AD* i *CE* przecięły się w punkcie *O*. Wiedząc, że $|AO| = 5\,\text{cm}$, $|OD| = 6\,\text{cm}$, $|CO| = 10\ \text{cm}$ i $|OE| = 3\,\text{cm}$, oblicz długości boków *AB* i *BC*.

ZESTAW X P

Zad. 1. (4 pkt)
Telewizor kosztował 3000 zł. Po dwukrotnej obniżce o ten sam procent telewizor kosztuje obecnie 1920 zł. Oblicz, o ile procent obniżono dwukrotnie cenę tego telewizora.

Zad. 2. (4 pkt)
Trzywyrazowy ciąg geometryczny jest rosnący. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy (-8), a iloraz pierwszego wyrazu przez trzeci wyraz wynosi $2\frac{1}{4}$. Wyznacz ten ciąg.

Zad. 3. (4 pkt)
Dany jest wykres funkcji *f*, której dziedziną jest przedział $\langle -2;8)$.



Odczytaj z wykresu:
a) zbiór wartości funkcji *f*;
b) zbiór rozwiązań nierówności $f(x) > 0$;
c) maksymalne przedziały monotoniczności funkcji *f*.

Zad. 4. (4 pkt)
Czterdzieści osób zdawało egzamin testowy na prawo jazdy. Liczba błędów popełnionych przez te osoby przedstawiona jest w poniższej tabeli.

Liczba błędów	0	1	2	3	4
Liczba osób	13	7	11	6	3

a) Aby zdać egzamin można było popełnić co najwyżej dwa błędy. Ile procent wszystkich zdających stanowią te osoby, które zdały egzamin?
b) Oblicz średnią liczbę błędów popełnionych przez zdającego.
c) Oblicz medianę i odchylenie standardowe (z dokładnością do 0,1) liczby popełnionych błędów.

Zad. 5. (6 pkt)
Punkt $A(4;-10)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Dwa boki równoległoboku zawierają się w prostych o równaniach $y = 3x - 2$ i $y = -x + 6$. Wyznacz pozostałe wierzchołki równoległoboku.

Zad. 6. (3 pkt)
Dana jest funkcja określona wzorem $f(x) = 3x - 5$.
a) wyznacz ogólny wyraz ciągu a_n wiedząc, że: $a_1 = f(2)$, $a_2 = f(4)$, $a_3 = f(6)$, …, $a_n = f(2n)$, …
b) Uzasadnij, że ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.
c) Oblicz sumę $a_{50} + a_{51} + ... + a_{60}$.

Zad. 7. (5 pkt)
Prostokąt ma wymiary 2 cm na 5 cm. Krótszy bok tego prostokąta wydłużono o x cm, a dłuższy bok skrócono o x cm.

a) Wyznacz pole nowego prostokąta jako funkcje zmiennej x i określ dziedzinę tej funkcji.
b) Narysuj wykres tej funkcji w układzie współrzędnych.
c) Podaj wymiary tego prostokąta, którego pole jest największe.

Zad. 8. (5 pkt)
Dwa pierwiastki wielomianu $W(x) = 4x^3 + ax^2 + bx + c$ są rozwiązaniami równania $|x| = \sqrt{3}$, a trzeci pierwiastek tego wielomianu jest równy $\left(\sqrt[3]{4^5}\right)^{0,3}$. Oblicz współczynniki a, b, c wielomianu $W(x)$.

Zad. 9. (7 pkt)
W ostrosłupie $ABCS$ podstawa ABC jest trójkątem prostokątnym, $|\angle ACB| = 90^\circ$. Sinus jednego z kątów ostrych podstawy jest równy 0,6. Promień okręgu opisanego na podstawie ma długość 10 cm. Wysokość CS ostrosłupa ma długość 24 cm. Oblicz:

a) Objętość ostrosłupa;
b) Tangens kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa, zawierającej przeciwprostokątną podstawy, do płaszczyzny podstawy.

Zad. 10. (4 pkt)
W sklepie z zabawkami stoi pudło z trzydziestoma maskotkami: misiami i pieskami. Niektóre z nich zostały wyprodukowane w Chinach. Losowo wybieramy jedną maskotkę.
Prawdopodobieństwa wylosowania:
- maskotki chińskiej jest równe 0,7;
- misia jest równe 0,8;
- maskotki chińskiej lub misia jest równe 0,9.

Ile jest w pudle misiów produkcji chińskiej, a ile piesków produkcji chińskiej?

Zad. 11. (4 pkt)
Oblicz pole powierzchni trapezu równoramiennego, którego przekątna długości p tworzy z dłuższą podstawą kąt o mierze α.